АНАЛИЗ, МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ

УДК 336.22:519.68: 332.12

С. Г. Зеленская,
Б. Г. Преображенский,
А. А. Спирячин

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАЛОГОВОЙ БАЗЫ РЕГИОНА

В статье предложен метод, позволяющий использовать возможности нейронной сети для прогнозирования налоговой базы региона. Данный метод пригоден для разработки позитивного краткосрочного прогноза.

Ключевые слова: *налоговая база, прогнозирование, искусственная нейронная сеть.*

UDC 336.22:519.68: 332.12

S. G. Zelenskaja,
B. G. Preobrazhenskiy,
A. A. Spirjachin

USE OF MATHEMATICAL MODEL OF AN ARTIFICIAL NEURAL NETWORK FOR CURRENT FORECASTING OF TAX BASE OF REGION

In article the method, allowing to use possibility of a neural(neuronic) network for forecasting of tax base of region is offered. The given method is suitable for working out of the positive short-term forecast.

Keywords: *tax base, forecasting(prognosis), an artificial neural(neuronic) network.*

Прогнозирование становится неотъемлемым инструментом изучения и использования в системе социально-экономических отношений. Одной из важнейших областей применения для разработки и использования прогнозов является система налогообложения.

Налоговое прогнозирование представляет собой оценку налогового потенциала регионов и поступления налогов и сборов в бюджетную систему (консолидированный, федеральный и территориальный бюджеты) и основывается на результатах социально – экономического развития субъектов Российской Федерации.

Процесс прогнозирования включает определение налоговых баз по каждому налогу, мониторинг динамики поступления налогов за несколько временных периодов, расчет уровней собираемости налогов и сборов. В прогнозировании можно выделить три основных этапа: ретроспективный, позитивный и нормативный анализ.

В контексте укрепления и расширения налоговой базы федерального бюджета, как главного стабилизирующего фактора экономики государства, важнейшей задачей налогового прогнозирования на этапе ретроспективного анализа является всестороннее исследование эффективности налогового процесса и происходящих в налоговой системе изменений в увязке с развитием макроэкономической ситуации в регионах на основе прогнозирования тенденций развития налоговой базы. Важность этого этапа заключается в своевременном обеспечении объективной информацией политического руководства страны и заинтересованных федеральных и региональных органов исполнительной власти для принятия управленческих решений [1].

Наиболее простым методом определения тенденций развития налоговой базы явля-

ется метод тренда[1], т.е. экстраполяции, продолжения в будущем тех тенденций, которые сложились в прошлом [2]. Этот метод основывается на информации об объемах налогооблагаемых баз, о поступлении конкретных налогов и сборов за определенные периоды предыдущих лет, об объемах выпадающих доходов, о состоянии задолженности по налоговым платежам, на анализе тенденций в развитии налогооблагаемой базы, структуры налогоплательщиков [3]. Для текущего и оперативного прогнозирования налоговой базы регионов могут применяться математические модели искусственных нейронных сетей, так как прогнозирование экономических параметров в краткосрочном периоде с помощью данных моделей дает хорошие результаты.

Рассмотрим методологию текущего прогнозирования налоговой базы регионов с помощью искусственной нейронной сети.

Искусственные нейронные сети (ИНС) — математические модели, а также их программные или аппаратные реализации, построенные по принципу организации и функционирования биологических нейронных сетей — сетей нервных клеток живого организма.

С точки зрения машинного обучения, нейронная сеть представляет собой частный случай методов распознавания образов, дискриминантного анализа, методов кластеризации и т. п. С математической точки зрения, обучение нейронных сетей — это многопараметрическая задача нелинейной оптимизации. С точки зрения кибернетики, нейронная сеть используется в задачах адаптивного управления и как алгоритмы для робототехники. С точки зрения развития вычислительной техники и программирования, нейронная сеть — способ решения проблемы эффективного параллелизма. А с точки зрения искусственного интеллекта, ИНС является основой философского течения коннективизма и основным направлением в структурном подходе к изучению возможности построения (моделирования) естественного интеллекта с помощью компьютерных алгоритмов.

Нейронные сети не программируются в привычном смысле этого слова, они обучаются. Возможность обучения — одно из главных преимуществ нейронных сетей перед традиционными алгоритмами. Технически обучение заключается в нахождении коэффициентов связей между нейронами. В процессе обучения нейронная сеть способна выявлять сложные зависимости между входными и выходными данными, а также выполнять обобщение. Это значит, что в случае успешного обучения сеть сможет вернуть верный результат на основе данных, которые отсутствовали в обучающей выборке, а также неполных и/или «зашумленных», частично искаженных данных.

Способности нейронной сети к прогнозированию напрямую следуют из ее способности к обобщению и выделению скрытых зависимостей между входными и выходными данными. После обучения сеть способна предсказать будущее значение некой последовательности на основе нескольких предыдущих значений и/или каких-то существующих в настоящий момент факторов. Следует отметить, что прогнозирование возможно только тогда, когда предыдущие изменения действительно в какой-то степени предопределяют будущие.

В нашем случае нейронная сеть способна выявить закономерности изменения налоговой базы на краткосрочный период. Будем считать, что краткосрочным будет период до года, поскольку факторы, влияющие на поступление налогов в бюджет региона, достаточно инертны и даже при сильном изменении их параметров будут существенно определять будущие значения показателей налоговой базы в данном году.

Типов искусственных нейронных сетей известно много, однако при выполнении функций прогнозирования хорошо зарекомендовал себя многослойный персептрон — частный случай персептрона Розенблатта, в котором один алгоритм обратного распространения ошибки обучает все слои. Обучение нейронной сети проходит с учителем[4]. Данный многослойный персептрон представляет собой систему соединённых и взаимодействующих между собой простых процессоров (искусственных нейронов) (рис. 1). На входы процессоров поступают сигналы, которые усиливаются или ослабевают в зависимости от весовых коэффициентов w. Значения всех усиленных или ослабленных сигналов со вхо-

[1] Определение общей тенденции наблюдаемой флюктуации какого-нибудь явления.

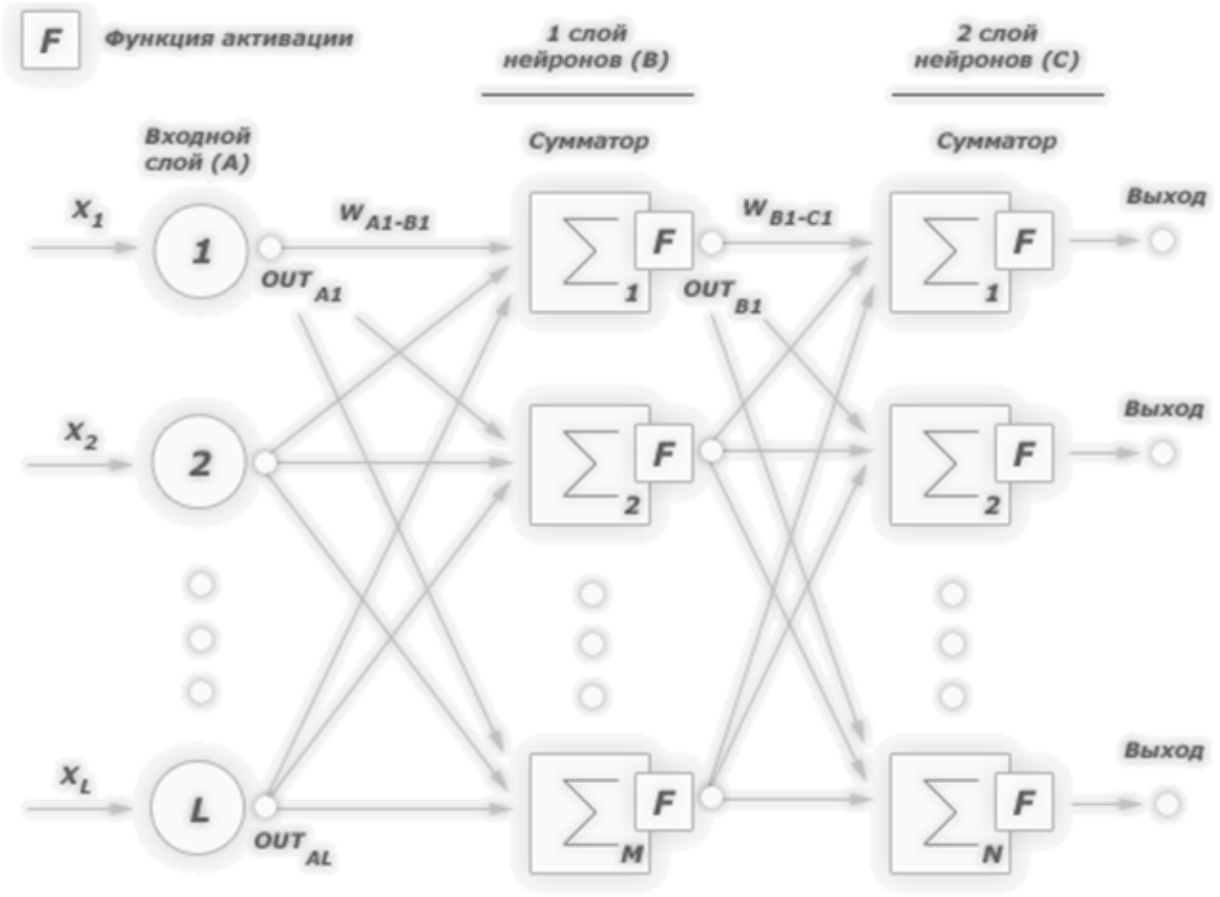


Рис. 1. Многослойный персептрон.

да каждого нейрона подаются на сумматор. С сумматора сумма этих значений поступает в качестве аргумента функции активации. Функцией активации может быть любая нелинейная функция, однако от её выбора во многом зависит обучаемость системы и точность прогноза.

Рекомендуется использовать логистическую функцию – сигмоиду, задаваемую выражением вида:

$$OUT = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha Y)}. \qquad (1)$$

В данной функции аргумент Y – значение выхода сумматора, коэффициент α определяет крутизну графика функции, а соответственно OUT состояние нейрона – возбуждённое (близкое к 1) или заторможенное (близкое к 0). Выходы OUT передаются дальше по слоям сети подобным образом до выхода.

Как мы указали ранее, данный многослойный персептрон обучается с помощью метода обратного распространения ошибки. Опишем алгоритм этого метода

Согласно методу наименьших квадратов[5], минимизируемой целевой функцией ошибки НС является величина:

$$E(w) = \frac{1}{2}\sum_{j,p}(y_{j,p}^{(N)} - d_{j,p})^2, \qquad (2)$$

где $y_{j,p}^{(N)}$ – реальное выходное состояние нейрона j выходного слоя N нейронной сети при подаче на ее входы p-го образа; d_{jp} – идеальное (желаемое) выходное состояние этого нейрона.

Суммирование ведется по всем нейронам выходного слоя и по всем обрабатываемым сетью образам. Минимизация ведется методом градиентного спуска, что означает подстройку весовых коэффициентов следующим образом:

$$\Delta w_{ij}^{(n)} = -\eta \cdot \frac{\partial E}{\partial w_{ij}}, \qquad (3)$$

где w_{ij} – весовой коэффициент синаптической связи, соединяющей i-ый нейрон слоя n-1 с j-ым нейроном слоя n; η – коэффициент скорости обучения, $0 < \eta < 1$;

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \cdot \frac{dy_j}{ds_j} \cdot \frac{\partial s_j}{\partial w_{ij}}. \quad (4)$$

Здесь под y_j, как и раньше, подразумевается выход нейрона j, а под s_j – взвешенная сумма его входных сигналов, то есть аргумент активационной функции. Так как множитель dy_j/ds_j является производной этой функции по ее аргументу, то из этого следует, что производная активационной функции должна быть определена на всей оси абсцисс. В связи с этим функция единичного скачка и прочие активационные функции с неоднородностями не подходят для рассматриваемых НС. В них применяются такие гладкие функции, как гиперболический тангенс или классический сигмоид с экспонентой. В случае гиперболического тангенса

$$\frac{dy}{ds} = 1 - s^2. \quad (5)$$

Третий множитель $\partial s_j/\partial w_{ij}$, очевидно, равен выходу нейрона предыдущего слоя y_i(n-1).

Что касается первого множителя в (4), то он легко раскладывается следующим образом:

$$\frac{\partial E}{\partial y_j} = \sum_k \frac{\partial E}{\partial y_k} \cdot \frac{dy_k}{ds_k} \cdot \frac{\partial s_k}{\partial y_j} = \sum_k \frac{\partial E}{\partial y_k} \cdot \frac{dy_k}{ds_k} \cdot w_{jk}^{(n+1)}. \quad (6)$$

Здесь суммирование по k выполняется среди нейронов слоя n+1.

Введя новую переменную

$$\delta_j^{(n)} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \cdot \frac{dy_j}{ds_j}, \quad (7)$$

мы получим рекурсивную формулу для расчетов величин $\delta_j(n)$ слоя n из величин $\delta_k(n+1)$ более старшего слоя n+1:

$$\delta_j^{(n)} = \left[\sum_k \delta_k^{(n+1)} \cdot w_{jk}^{(n+1)} \right] \cdot \frac{dy_j}{ds_j}. \quad (8)$$

Для выходного слоя

$$\delta_l^{(N)} = (y_l^{(N)} - d_l) \cdot \frac{dy_l}{ds_l}. \quad (9)$$

Найдём приращения весов

$$\Delta w_{ij}^{(n)} = -\eta \cdot \left[\sum_k \delta_k^{(n+1)} \cdot w_{jk}^{(n+1)} \right] \cdot \frac{dy_j}{ds_j} \cdot y_i^{(n-1)}. \quad (10)$$

Теперь можно (3) записать в виде:

$$\Delta w_{ij}^{(n)} = -\eta \cdot \delta_j^{(n)} \cdot y_i^{(n-1)}. \quad (11)$$

Иногда для придания процессу коррекции весов некоторой инерционности, сглаживающей резкие скачки при перемещении по поверхности целевой функции, (11) дополняется значением изменения веса на предыдущей итерации

$$\Delta w_{ij}^{(n)}(t) = -\eta \cdot (\mu \cdot \Delta w_{ij}^{(n)}(t-1) + (1-\mu) \cdot \delta_j^{(n)} \cdot y_i^{(n-1)}), \quad (12)$$

где μ – коэффициент инерционности; t – номер текущей итерации.

Таким образом, полный алгоритм обучения НС с помощью процедуры обратного распространения строится так:

1. Подать на входы сети один из возможных образов и в режиме обычного функционирования НС, когда сигналы распространяются от входов к выходам, рассчитать значения последних. Напомним, что

$$s_j^{(n)} = \sum_{i=0}^{M} y_i^{(n-1)} \cdot w_{ij}^{(n)}, \quad (13)$$

где M – число нейронов в слое n-1 с учетом нейрона с постоянным выходным состоянием +1, задающего смещение; $y_i(n\text{-}1)=x_{ij}(n)$ – i-ый вход нейрона j слоя n.

$$y_o(n) = f(s_o(n)), \quad (14)$$

где $f(s)$ – сигмоид.

$$y_q(0)=I_q, \quad (15)$$

где I_q – q-ая компонента вектора входного образа.

2. Рассчитать $\delta(N)$ для выходного слоя по формуле (9).

Рассчитать по формуле (11) или (12) изменения весов $\Delta w(N)$ слоя N.

3. Рассчитать по формулам (8) и (11) (или (8) и (12)) соответственно $d(n)$ и $\Delta w(n)$ для всех остальных слоев, $n=N$-1, ..., 1.

4. Скорректировать все веса в НС

$$w_{ij}^{(n)}(t) = w_{ij}^{(n)}(t-1) + \Delta w_{ij}^{(n)}(t). \quad (16)$$

5. Если ошибка сети существенна, перейти на шаг 1. В противном случае завер-

шается процесс обучения нейронной сети, и можно приступать к её тестированию.

Выбрав метод обучения, нужно подготовить обучающую и тестирующую выборки. При подготовке обучающей и тестирующей выборок следует иметь в виду, что нейронная сеть плохо учится на больших значениях. Поэтому для формирования обучающей и тестирующей выборок рекомендуется подавать на вход сети лишь изменения значений налоговой базы, пронормированные таким образом, чтобы по возможности значения принадлежали отрезку [0;1]. Это также связано с тем, что значения выхода нейросети будут из этого же отрезка.

Обучающая выборка будет представлять собой данные за предыдущий период, объективно отражающие реальное состояние налоговой базы. Целесообразно, чтобы периодичность этих данных была равна месяцу. Тестирующая выборка служит для проверки адекватности обучения сети и позволяет сделать вывод о достаточности или недостаточности обучения.

Структура нейронной сети определяется конечной целью исследования – дать по возможности точный прогноз. Прогнозируемое значение – это значение налоговой базы за определённый период, следующий за периодом, значение которого известно. Поэтому выход у нейронной сети будет один. На входы подаются значения налоговой базы за предыдущие периоды по порядку, а на выход – следующее известное значение. Для эффективного обучения сети нужно иметь достаточное количество данных. От количества входов зависит требуемое количество значений в обучающей выборке и точность прогнозирования. При увеличении числа входов требуется большее количество данных для обучения, при этом точность значительно возрастает. Чаще всего количество входов находят из компромисса между требуемой точностью и имеющегося количества информации. При обучении параллельно подают на входы n значений налоговой базы, а на выход – (n+1)-е значение. Затем происходит сдвиг влево значений на входах и выходе. То есть на входы подаются значения от 2 до (n+1)-го, а на выход – (n+2)-е значение. Таким образом, сдвиг происходит k раз с учётом ограничения (n+k)=N – 1, где N – количество значений в обучающей выборке.

Чтобы добиться требуемой точности при методе обратного распространения ошибки, вероятно, придётся провести несколько итераций обучения – эпох. Количество эпох будет зависеть от требуемой точности и параметров настройки нейронной сети – скорости обучения, количества скрытых слоёв, количества нейронов в скрытом слое. После того, как требуемая точность будет достигнута, проводят проверку адекватности обучения на основе тестирующей выборки. В данной выборке также присутствует пара значений – входов и выходов, однако, в отличие от обучающей выборки, выходное значение в этой паре служит лишь для оценки обучения. На вход подаются лишь первые значения пары в тестирующей выборке, а по вторым проверяется адекватность обучения. После окончания тестирования, делается вывод об адекватности обучения. Если обучение прошло нормально, то приступают к прогнозированию, иначе – обучают сеть снова теми же данными или ищут возможность увеличить количество элементов в обучающей выборке, настраивают сеть, подбирают оптимальное число входов. Значения параметров настройки сети подбираются эмпирическим путём, поэтому он может быть довольно трудоёмким процессом [6].

После того, как сделан вывод, что сеть обучена адекватно, можно приступать к прогнозированию. При подаче (n+k+1) значения на выходе сеть выдаст новое прогнозируемое значение за последующий период. Для прогнозирования значения второго периода на вход сети подаётся прогнозное значение за первый период. Таким образом, рекурсивно сеть может выдавать прогнозы за любой период. Однако следует иметь в виду, что при удалении по времени от известных периодов прогнозирования точность неумолимо уменьшается. Это можно объяснить накоплением ошибки прогнозирования за все M спрогнозированных значений и её влияние на (M+1)-е значение прогноза налоговой базы субъекта Российской Федерации.

Таким образом, описанная методология позволяет прогнозировать и отслеживать тренд налоговой базы региона. Краткосрочное прогнозирование поступлений налогов и сборов приобретает особое значение, поскольку нереальность годовых

прогнозных оценок вызывает трудности в мобилизации налоговыми органами запланированных доходов в бюджетную систему Российской Федерации, либо неоправданно высокое перевыполнение установленных заданий субъектам федерации, что влечет за собой нарушение бюджетного равновесия, и, как следствие, дестабилизационные процессы в социально-экономической системе. Анализ тренда может быть полезен для принятия решений об изменении параметров налоговой системы, при оценке уже принятых решений государственными органами законодательной и исполнительной власти всех уровней и выработке мер, направленных на стабилизацию функционирования социально-экономической системы региона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пансков В.Г. Российская система налогообложения: проблемы развития – М.: Международный центр финансово-экономического развития, 2004.-240с.

2. Большой экономический словарь/ Под ред. А.Н.Азрилияна. -7-е изд.доп. – М.: Институт Новой экономики, 2008.- 1472 с.

3. Финансово-кредитный словарь : [В 3 т.] / Гл. ред. В. Ф. Гарбузов и др. Т. 2: К-П / [Сост. Л. Е. Бабашкин и др.] .-2-е изд., стер. .-М. : Финансы и статистика, 1994.-511с.

4. http://www.AIPortal.ru – Портал искусственного интеллекта.

5. Искусственные нейронные сети. Теория и практика/ Круглов В. В., Борисов В. В. — М.: Горячая линия – Телеком, 2001. – С. 382.

6. http://ииклуб.рф/neur-2.html – Нейронные сети: алгоритм обратного распространения/ С. Короткий.

УДК 007.51

Е. М. Лещенко

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ОБУЧЕНИЕМ С УЧЕТОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕНИ УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

В статье представлены модели, позволяющие решить ряд важных педагогических задач управления обучением, таких как оптимальное распределение времени между учебными дисциплинами, определение затрат времени на изучение отдельных тем, разделов, курсов, построение оптимальной последовательности изучения дисциплины на основе поэтапного усвоения знаний и др.

Ключевые слова: *математическая модель, управление обучением, формирование знаний, процесс утери информации обучаемым (забывание).*

UDC 007.51

E. M. Leschenko

MATHEMATICAL MODELS OF LEARNING MANAGEMENT WITH ACCOUNT OF THE DISTRIBUTION OF TIME OF MASTERING OF KNOWLEDGE

The article presents models, which allow to solve a number of important pedagogical problems of management of training, such as the optimal allocation of time between academic disciplines, determination of the time spent on the study of individual topics, sections, courses, creation of the optimum sequence of the discipline on the basis of gradual assimilation of knowledge, etc.

Keywords: *mathematical model, management training, and the creation of knowledge, the process of loss of information students (forgetting).*

Количественные модели обучения в педагогике фактически отсутствуют, хотя в некоторых публикациях таковыми называют математические модели научения в зависимости от числа повторений выполнения осваиваемой операции. Такая математическая модель описывает не процесс формирования знаний, а процесс запоми-